

ニュートリノ集団振動がもたらす爆発天体現象におけるニュートリノ輸送計算の新展開

財前真理 (東京大学大学院総合文化研究科 mzizn@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

超新星爆発や連星中性子星合体は宇宙における代表的な**爆発天体現象**である。その中心部で形成される高温高密度な極限環境では、ニュートリノが物質とほどよく結合することでエネルギーや運動量、レプトンを交換し、輸送する現象が起きる。この輸送効果によって、流体としてのマクロな対流から、ミクロな反応としての元素合成まで、様々な特徴量に影響を与えることとなる。結果として、超新星爆発では衝撃波が星の表面に到達できるかどうか、連星中性子星合体では金やランタノイドなどの重元素がどれだけ合成されるかといった点にまで影響を与えることが知られている。

しかし銀河系内や近傍銀河でこのような天体現象が発生するのは稀であり、観測的にその天体物理の理論を構成および較正するのは容易ではない。そこであらゆる物理を組み込んだ数値的な理論モデリングを行うことで、この天体現象への理解を進めることが可能となる。その上ではニュートリノの取り扱いが肝心であり、通常の流体計算などに加えて**ニュートリノ輸送計算**をまじめに解く必要がある。そうした理論モデリングにおける現在の大きな課題・不定性の1つが**ニュートリノ振動**である。このフレーバーが変化する効果を輸送計算に組み込もうとする研究が世界的にも盛んに行われている。

その中でも、ニュートリノの自己相互作用によって誘起される**集団振動**と呼ばれる現象が特に注目を集めている。ニュートリノ集団振動において興味深いのはその非線形性であり、フレーバー変換をもたらす引き金となる**フレーバー不安定性**が複数見つかっている。この不安定性の成長率は、周

囲の物質との吸収散乱などの衝突率と比べてずっと速いものである。そのため、ひとたびこの非線形なフレーバー変換が起きてしまえば十分に爆発天体現象のダイナミクスを変える可能性がある。天体現象の中心部から放出されたニュートリノは、ニュートリノ自身を含むあまたの物質と相互作用を繰り返しながら、そのフレーバー分布が複雑に変化し、周囲の物質へとフィードバックを与えることとなるのである。

このフレーバー変換現象の振る舞いを探るために、古典的な運動論であるボルツマン方程式をニュートリノ振動を含む形に拡張した**量子運動論的ニュートリノ輸送方程式**の数値シミュレーションが行われている。興味深いことに、ニュートリノ自体の移流や背景物質との吸収散乱によって、そのフレーバー分布が周期的な振動ではなく、ある特定の状態へと漸近していくことが最近明らかになりつつある。ニュートリノのフレーバー分布が至るこの準定常状態をうまくモデリングできれば、量子運動論を直接数値的に解くことなく、天体シミュレーションに組み込むことが可能となる。

そうした背景もあり、この非線形なフレーバー変換現象の漸近挙動を解析的に与えてやろうという動きが現在進んでいる。既に一部のフレーバー不安定性に対する振る舞いは大雑把ではあるがモデル化に成功し、爆発天体現象の数値シミュレーションに組み込まれ始めている。そこでは実際にニュートリノのフレーバー分布が変化することで天体現象のダイナミクスや元素合成量を変えることが確認されるなど、改めてこのニュートリノ振動の天体物理における重要性が高まりつつある。

用語解説

爆発天体現象：

恒星や中性子星などの天体が引き起こす現象。中心に高温高密度な環境を残す一方、周囲に鉄や金など様々な重元素をばら撒く天文学的にも重要なイベントである。

ニュートリノ輸送計算：

ニュートリノについてのボルツマン方程式を解くことで、周囲の流体との間でのエネルギーや運動量、レプトンの交換過程を取り扱うものである。

ニュートリノ振動：

ニュートリノが伝搬する間にそのフレーバーが周期的に振動する現象。ニュートリノが有限の質量をもつことで生じる。

集団振動：

高密度のニュートリノ自身が作るポテンシャルによって引き起こされる非線形なフレーバー変換現象。

フレーバー不安定性：

集団振動において、フレーバー間のゆらぎを指数関数的に増幅し、非自明なフレーバー変換を引き起こす引き金。高速フレーバー不安定性 (FFI) が代表例である。

量子運動論的ニュートリノ輸送方程式：



古典的な衝突過程や移流に加え、電子やニュートリノからのポテンシャルによる振動効果を組み込んだ計算。

1. はじめに

ニュートリノは弱い相互作用による反応しか起こさない中性レプトンとして、CP 対称性の破れなど素粒子物理学において非常に重要な素粒子の1つである。一方で、その重要性はこうした素粒子の標準模型に留まらず、天体物理学といったマクロな物理に対しても無視できない存在であることが知られている。

超新星爆発や連星中性子星合体などの爆発天体現象の中心部(数十 km)では原子核密度に近い、あるいはそれを超える高温高密度環境が構築される。そのような極限環境では弱い相互作用でしか結合しないニュートリノですら平均自由行程が O(km) と天体スケールに迫るため、天体内部のエネルギーを輸送する媒体としてニュートリノが機能し始める。例えば超新星爆発では、ニュートリノが中心の高温領域から放出された後に、外側にいる冷たい衝撃波の背面で再吸収される、ニュートリノ加熱機構と呼ばれるプロセスが起きる。これにより熱エネルギーがニュートリノを介して効率よく中心から外側へと輸送されるため、衝撃波を無事に星の表面まで飛ばす、すなわち超新星爆発が実際に起きるための重要な機構と考えられている。一方で連星中性子星合体では、合体後に残される高温高密度の残骸においてもニュートリノは重要なエネルギーの輸送チャンネルになる。そのためニュートリノを通してトラスの厚みや温度、中性子過剰度合いなどの構造が決まり、金やランタノイドなどの重元素を作り出す r 過程元素合成およびそれに伴うキロノヴァに影響をもたらすこととなる。以上のように第一原理に基づいた高密度天体の爆発シミュレーションを行う上では、ニュートリノ輸送計算が重要な研究テーマとなっている。こうした天体物理のさらなる詳細については、過去の本誌記事を参考にされたい。¹⁻⁴⁾

こうした天体現象内部の温度は数 MeV から数十 MeV 程度とミューオンやタウオンの静止質量よりも小さいため、ニュートリノの吸収過程は主に電子フレーバーを介して行われる。そのため、いつ (t) どこで ($\mathbf{x}$) どのようなフレーバー ($\alpha = e, \mu, \tau$) をもったニュートリノが分布 ($\mathbf{p}$) しているか、すなわち分布関数 $f_{\nu_\alpha}(t; \mathbf{x}; \mathbf{p})$ を正確に取り扱うべくその運動論を解く必要がある。しかし最近になり、この輸送計算にニュートリノ振動によるフレーバー変換の効果を同時に取り入れる重要性が指摘されている。例えば、非電子型のニュートリノが電子型へと変換されることで、陽子や中性子へ吸収される新しいチャンネルが構築されることとなる。一方で、電子型が非電子型へと変換されることによって逆に吸収されづらくなるため、ニュートリノによる冷却が増強されることに繋がる。このように、これまでで考慮されてこなかったニュートリノ反応のパスとして、上述の爆発天体現象への影響が無視できない可能性があるのである。

とりわけニュートリノの自己相互作用によって引き起こ

される「集団振動 (collective neutrino oscillation)」と呼ばれる非線形なフレーバー変換現象が注目を集めている。このニュートリノ振動は爆発天体現象においてナノ秒という極めて短い時間スケールで進行しうるものであり、天体現象のダイナミクスへ多大な影響を及ぼす可能性が期待されている。^{5,6)} これを天体現象内での輸送計算と同時に扱うには量子運動論に基づいた定式化が不可欠だが、その短いスケールを第一原理から同時に解くのは計算機的に極めて困難である。

一方で、この集団振動のみに注目した研究が精力的に行われており、どのような条件でこの非線形なフレーバー変換現象が卓越するのか、そして振動現象の結果どのような分布関数へとニュートリノが漸近していくのか判明しつつある。そこで近年では、集団振動がもたらすフレーバー分布の漸近挙動や準定常状態をモデル化し、その効果を古典的なニュートリノ輸送計算へと実効的に埋め込もうとする試みが進められている。本記事では、このニュートリノ集団振動がもたらすフレーバー変換現象の物理と、その輸送計算への組み込みに向けた最近の研究動向について紹介する。^{7,8)}

2. ニュートリノ集団振動

そもそもニュートリノ振動とは、弱い相互作用の基底(フレーバー)を用いて運動のハミルトニアンを対角化できないがために起こる現象である。

$$|\nu_\alpha\rangle = U_{\alpha j} |\nu_j\rangle \quad (1)$$

ここで α はフレーバーを、 $j = 1, 2, 3$ は異なる質量に対応する固有状態を表しており、ユニタリ行列 U を介してニュートリノのフレーバー固有状態が3種類の質量固有状態の重ね合わせになっていることを表している。このような量子論的な性質が原因となり、その質量の違いのせいで真空中をただ伝搬するだけでも、周期的にフレーバーが勝手に混合する真空振動と呼ばれる現象を引き起こすことが知られている。

また真空中ではなく背景に物質がいる場合には、主に電子との荷電カレント反応を介したコヒーレントな前方散乱が効いてくる。この波動関数の位相を変えるポテンシャルによって更に重ね合わさり方が変化するため、真空振動の振る舞いを大きく変える物質振動と呼ばれる現象を見せることとなる。^{*1}

更に上述の爆発天体現象では、電子などの荷電レプトンだけでなく、非常に高密度なニュートリノが背景物質になり得る。このニュートリノとの自己相互作用が引き起こす

^{*1}例えば太陽での核融合の際に作られるニュートリノは、背景電子の存在により MSW 共鳴と呼ばれる共鳴現象を経験する。これによって地球で観測される頃にはそのフレーバー分布は生成時とは大きく乖離したものになる。電子ニュートリノの観測数が太陽の理論モデルより少ない (1/3 程度しか観測されない) という太陽ニュートリノ問題は、このニュートリノ振動の発見によって解決された。

フレーバー混合のことをニュートリノ集団振動と呼んでおり、本記事の主体となる現象である。

物質振動における電子との荷電カレント反応とは異なり、集団振動をもたらす自己相互作用の場合は中性カレント反応を通して行われる。この反応はフレーバーに依らないものであるため、背景となるニュートリノはフレーバー固有状態に限られず、混合状態にある成分も含めてポテンシャルに寄与する。そのためハミルトニアン $\mathcal{H}_{\nu\nu}$ としては、各フレーバーのニュートリノに対する分布関数 f_{ν_α} をただ並べたものではなく、フレーバーに対して非対角な相関成分 (フレーバーコヒーレンスとも呼ぶ) を含む密度行列 ρ_ν

$$\rho_\nu = \begin{pmatrix} \rho_{ee} & \rho_{e\mu} & \rho_{e\tau} \\ \rho_{\mu e} & \rho_{\mu\mu} & \rho_{\mu\tau} \\ \rho_{\tau e} & \rho_{\tau\mu} & \rho_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (2)$$

を引数としたものとなる。このときハミルトニアンは

$$\mathcal{H}_{\nu\nu} = \sqrt{2}G_F v^\sigma \int d^3\mathbf{p}' v'_\sigma (\rho'_\sigma - \bar{\rho}'_\sigma) \quad (3)$$

のように書き下される。ここで v^σ はニュートリノの飛来方向 (速度) を表し、運動量 (特に角度方向) 分布の寄与を積分して足し合わせる構造を示している。また、 $\bar{\rho}_\nu$ は反ニュートリノの密度行列を、 G_F は弱い相互作用の結合定数を表している。これによりあらゆるニュートリノ同士のカップリングがもたらされるのである。その結果として密度行列の対角項 $\rho_{\alpha\alpha}$ が変化することで、実際のフレーバー分布 f_{ν_α} が変わることとなる。これがニュートリノ集団振動のおおまかな原理である。

3. ニュートリノ量子運動論

前節で述べたような集団振動をニュートリノ輸送と同時に記述するためには、古典的なボルツマン方程式を超えた量子運動論に基づいた定式化が不可欠となる。⁹⁾

$$\left(p^\sigma \frac{\partial}{\partial x^\sigma} - \Gamma_{\sigma\lambda}^j p^\sigma p^\lambda \frac{\partial}{\partial p^j} \right) \rho_\nu = -i[\mathcal{H}_{\text{osc}}, \rho_\nu] + \mathcal{C}[\rho_\nu] \quad (4)$$

これは量子運動論の方程式 (あるいは明示的に量子運動論的ニュートリノ輸送方程式) と呼ばれるものである。左辺は接続係数 $\Gamma_{\mu\nu}^j$ をもつ時空 x^μ と運動量空間 p^j における移流項であり、右辺第2項は周囲の流体との反応を与える衝突項 $\mathcal{C}$ である。基本変数がただの分布関数 f_{ν_α} ではなく密度行列 ρ_ν になっていることを除けばほとんどボルツマン方程式と同じである。大きく異なるのは、本稿の要点でもあるニュートリノ振動を与えるハミルトニアン $\mathcal{H}_{\text{osc}}$ の存在であり、ここを通して非自明なフレーバー変換がもたらされる。^{*2}

^{*2}天体現象に対するニュートリノ輸送計算は、MSW 共鳴を引き起こす密度よりもずっと高密度な環境がメインである。そこでは物質振動によりフレーバー固有状態と質量固有状態がほとんど一対一対応することとなり、真空振動に対してフレーバー相関は無視できるほど小さくなる。その意味では、集団振動が知られていない時代に、この振動項を落とした (フレーバーに対角な成分のみの) 古典的な運動論を解いてきたというのは非常に理にかなったものであった。

このニュートリノ振動項は上述の真空振動、物質振動、集団振動それぞれに対応するハミルトニアンで構成されており、密度行列との交換関係 $[\cdot, \cdot]$ を介して組み込まれている。行列同士の掛け算を考えたとき、式 (4) の対角項が変化するためには振動項に含まれる $\mathcal{H}_{\text{osc}}$ と ρ_ν の非対角成分が十分大きくならなければならないのがすぐにわかるだろう。ハミルトニアンを通してフレーバー相関 $\rho_{\alpha\beta}$ が対角項 $\rho_{\alpha\alpha}, \rho_{\beta\beta}$ と同じオーダーにまで成長することで、フレーバー α, β を混ぜるフレーバー変換現象が生じるのである。密度行列に含まれるフレーバーに非対角な成分は普通であればゼロであるはずだが、ニュートリノは真空振動を通して勝手に混合状態になるため有限の値を取ることができる。^{*3} 非対角かつ非線形な自己相互作用が大量に起こることによってこのフレーバー相関が急激に増幅され、本来の周期的な真空振動よりもずっと速いフレーバー混合が生じるのである。

4. フレーバー不安定性

このフレーバー相関の増幅という描像は、プラズマ物理と同様に線形安定性解析を用いてその分散関係を調べることで、フレーバー固有状態の不安定性として理解が可能である。^{10,11)} 式 (4) のうち非対角成分のみを抽出し、そのフレーバー相関が摂動的であるとして平面波展開を行うことで、時間周波数 Ω と空間波数 $\mathbf{K}$ に対する分散関係が得られる。この関係式を満たす平面波の波数 $(\Omega, \mathbf{K})$ が虚部をもつ場合、密度行列の非対角成分、すなわちフレーバー相関を指数関数的に成長または減衰させる不安定性が存在する。

この非線形なフレーバー変換を引き起こす要因として、次のフレーバー不安定性 (flavor instability, **FI**) および共鳴効果の存在が報告されている：

1. 高速フレーバー不安定性 (fast FI, **FFI**)¹²⁾
2. 低速フレーバー不安定性 (slow FI, **SFI**)¹³⁾
3. 衝突フレーバー不安定性 (collisional FI, **CFI**)¹⁴⁾
4. 物質ニュートリノ共鳴 (matter-neutrino resonance, **MNR**)¹⁵⁾

現在特に注目を集めているのは FFI と CFI であり、実際の超新星爆発や連星中性子星合体シミュレーションでもこれらの不安定条件を満たす領域が見つかっている。^{16,17)} 中でも FFI は自己相互作用のみで駆動される最も基本的な不安定性であり、精力的に研究が進められている。この不安定性は爆発天体現象内部ではナノ秒程度という極めて短いスケールで成長するため、ダイナミクスへの影響が期待されている。^{*4}

^{*3}フレーバー相関に何かしらの摂動が入りさえすればよいので、別の要因で用意できるのであれば原理上は真空振動 (質量項) は不要である。

^{*4}SFI は真空振動の振動数 $\mathcal{O}(\text{km}^{-1})$ が、CFI は物質との反応率 $\mathcal{O}(\text{km}^{-1})$ が自己相互作用に干渉することによって誘発される不安定性である。その他の量子論的效果の分だけ振動スケールも遅くなっており、そのスケール (slow) や要因 (collision) を冠した名前と呼ばれている。MNR は背景の電子数密度と電子型ニュートリノのレプトン数密度が丁度相殺する場所 ($N_e + (N_{\nu_e} - N_{\bar{\nu}_e}) \approx 0$) で生じる共鳴現象で、しばしば MSW 共鳴同様に断熱性に基いた議論が行われている。

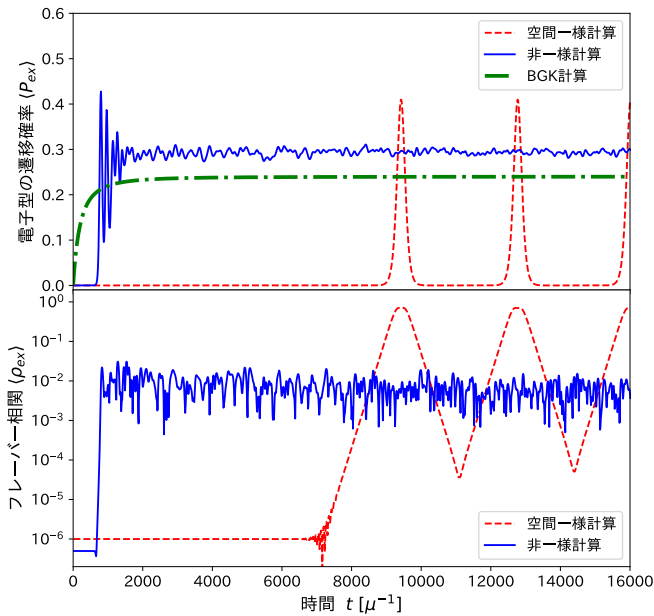


図1 座標空間と運動量空間に対して平均を取った、電子型ニュートリノから非電子型への遷移確率 $\langle P_{ex} \rangle$ (上部) とフレーバー相関 $\langle \rho_{ex} \rangle$ (下部) の時間進化。赤破線が空間一様な系での周期的振動を、青実線が空間非一様(移流あり)な系での漸近挙動を、緑一点鎖線がBGKモデルを用いた計算結果を表している。フレーバー相関がFFIによる指数関数的成長を経験することで、遷移確率が大きく変化する様子が見られる。時間軸は自己相互作用の典型的な振動数 μ でスケールしている。 $\mu \sim 1 \text{ ns}^{-1}$ の場合、 $16 \mu\text{s}$ まで計算を追ったことに対応する。

このFFIはニュートリノの運動量空間の角度分布における非対称性が由来の不安定性である。角度方向によってニュートリノと反ニュートリノの分布関数の大小関係が入れ替わる(すなわち分布関数同士が交差する)場合に、フレーバー固有状態が不安定になる。この不安定条件はクロッシング(crossing)と呼ばれている。ひとたびニュートリノ角度分布がこのクロッシングをもつと、フレーバー固有状態のわずかなゆらぎが指数関数的な成長を経験し、非自明なフレーバー変換として現れるというわけである。

しかしここで問題となるのは、自己相互作用のスケールが非常に短いがために、この非線形な量子運動論を数値的に解きながら天体シミュレーションを追うのは計算機的に不可能であるという点である。そこで考えられている作戦が、物理スケールの違いを利用して階層的に理解することである。ニュートリノが衝突項を介して周囲の流体へと影響を与えるスケールに比べて、この自己相互作用由来の振動効果は十分速い場合が多い。^{*5}そこでまずは集団振動だけに注目した数値計算を行い、得られた振る舞いをモデル化する。これにより直接的に量子運動論を計算することなく天体シミュレーションへと実効的に組み込んでしまおうというのである。そのためにも、不安定性がもたらすフレーバー固有状態の非線形挙動を理解する必要がある。

^{*5}物質振動や集団振動を与えるポテンシャル(前方散乱)は結合定数 G_F の1次であるのに対し、通常のレプトンや運動量のやり取りなどを含む反応率(衝突項)は G_F の2次のオーダーであるため振動現象の方がずっと時間スケールが短くなる。

5. 漸近挙動とモデル化

天体シミュレーションと同時に量子運動論を解くことが困難である以上、集団振動によりフレーバー分布がどのような状態へと漸近していくか理解することが、輸送計算に適用する上では決定的となる。不安定性の中でもFFIは他のものとは異なり自己相互作用だけで誘発されるものであるためその振る舞いも比較的簡潔である。そこで、FFIが引き金となってもたらされるフレーバー変換(fast flavor conversion, **FFC**)の漸近挙動について紹介する。⁷⁾ また、簡単のため、フレーバー数は本来の3つではなく、電子型と非電子型の2つとして、以下では議論を進めることとする。これによりフレーバーの遷移先が一对一に対応することになる。

5.1. 高速フレーバー変換(FFC)

まずは移流項および衝突項を無視し、自己相互作用の時間発展だけを考えた空間一様な系を考えてみる。自己相互作用によりあらゆるニュートリノ同士がカップリングされるため、全員の位相が揃ったコヒーレントな状態として周期的に振動するフレーバー変換現象が生じる。実際に電子ニュートリノのフレーバー相関(下部)および遷移確率(上部)が周期的に振る舞う様子は図1の赤破線から読みとることができる。

しかしここに移流効果を考慮すると、空間一様なモード($K=0$)だけでなく、空間非一様なモード($K \neq 0$)が現れ始める。一般に $K \neq 0$ のモードの成長率の方が $K=0$ のモードよりもずっと大きいため、図1下部の青実線のようにフレーバー相関が急速に成長し、非線形状態(フレーバー変換)へと至ることとなる。更には図1上部の遷移確率の方でも、初期に大きくかつ短い時間スケールでフレーバーが振動する様子が見られるものの、即座に減衰し、ある特定の状態へと漸近していくという全く異なる振る舞いが確認できる。

また5.2節で詳しく紹介するが、この漸近挙動を緩和過程へと近似する手法による結果についても合わせて緑一点鎖線として図示してある。簡易的なモデルであるがゆえに遷移確率がいくらかずれているものの、漸近していく時間スケールをうまく再現できている。

このような空間非一様性がもたらす影響は、図2の座標空間 z (横軸)と運動量空間角度方向 v_z (縦軸)におけるフレーバー分布の変化から理解できる。ここでは色の変化が、電子型と非電子型のフレーバーが入れ替わる量を表している。 $t=750$ や 1000 あたりの初期の時刻では、比較的広い範囲で同じような遷移確率 P_{ex} をもっていることがわかる。この大スケールでフレーバーが変換される様子は、移流なしの場合と同様で、相空間上で近い点にいるニュートリノが自己相互作用を通じてコヒーレントに(集団的に)振動していることを表している。一方で、 $t=2000$ や 5000 のよう

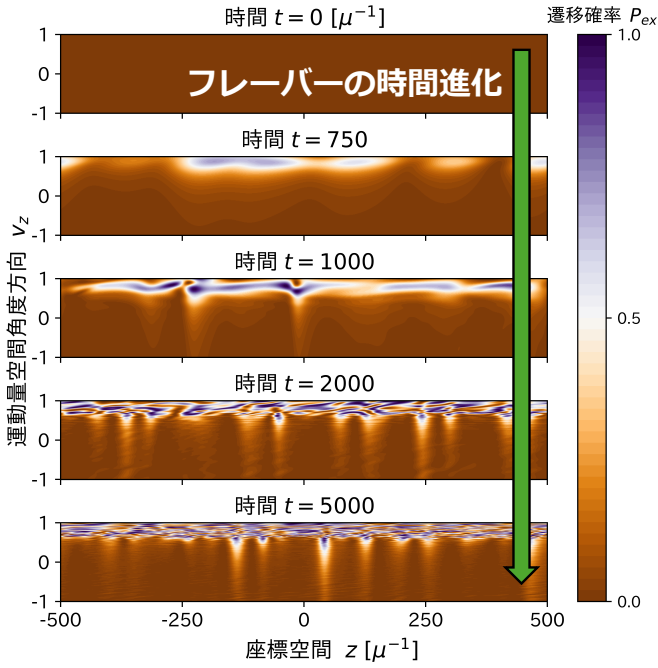


図2 図1で相空間平均を取る前の、FFCによる座標空間 z と運動量空間角度方向 v_z でのフレーバー進化(電子型の遷移確率 P_{ex})。空間座標および時間は図1同様に μ でスケールしてある。色の変化が電子型→非電子型への変換に対応している。

な後期では、むしろ小さいスケールが卓越して斑々な状態に見える。時間経過に伴う移流によって異なる位相をもつニュートリノ同士が相互作用できるようになるため、相空間上で近い成分でさえ位相がずれていき、次第にデコヒーレンスしていく。このようなカスケードが進んだ状態ではもはや系全体として集団的な振動を保つことはできず、図1のようにある準定常状態へと落ち着くこととなるのである。

面白いことにこの準定常状態に注目してみると、空間平均をとった分布関数はFFIに対して安定化しているのである。図3下部は、ニュートリノの電子レプトン数($N_{\nu_e} - N_{\bar{\nu}_e}$, **ELN**)と非電子レプトン数(**XLN**)の差を取ったELN-XLNの角度分布 G_v^{ex} を表している。赤破線の初期分布を見てみると、大小関係が変わる点としてのクロッシングをもっており、これが不安定性としてのFFIを引き起こしている。図2を見てみると特定の角度方向で(パネルの上部で)フレーバー変換が卓越しているが、これはクロッシングの前後のうち浅い側の角度方向に対応している。このクロッシングを埋めるべく、図3の実線のようにあらゆる角度方向で符号が一切変わらなくなるところまでフレーバー変換が進むのである。

カスケードの結果として、このFFCが強く起きている角度方向では、異なる振動位相をもったニュートリノが小スケールに空間的に分布している。ここに流体が相互作用する際はもはやランダムにフレーバーを感じるため、図3上部の遷移確率の分布から見られるように実質的にフレーバー平衡、すなわち電子型と非電子型が同量(1/2ずつ)存在しているようにみなせるのである。一方でその他の角度

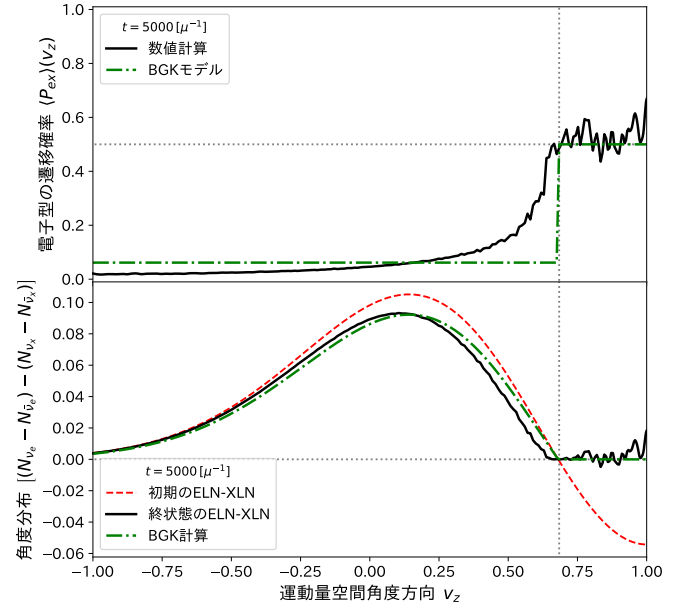


図3 FFCが起きる前後での電子型ニュートリノの遷移確率(上部)とELN-XLN角度分布(下部)。初期分布(破線)は符号が変わるクロッシングをもっているが、FFCを経験することでそのクロッシングが消失するような分布関数(実線)へと変化している。同時にBGKモデル(点線)が直接計算(実線)をよく再現できていることもわかる。

方向では、集団振動はレプトン数については保存するものであるため、このフレーバー平衡状態への埋め合わせとして少しだけフレーバー変換が生じる。この準定常状態に至るメカニズムの理解に基づくことで、FFCがもたらす影響をモデル化することができる。

5.2. 解析モデル (BGK モデル)

ELN-XLN 角度分布がもつクロッシングの前後のうち、

1. 浅い側を フレーバー平衡 ($P_{ex} = 1/2$) に

2. 深い側を 全体のレプトン数を保存するように

混ぜてやると、図3上部の緑一点鎖線のように、その漸近状態($\rho_{\nu,a}$)を大雑把ではあるが解析的に与えることができる。あとは典型的なスケール τ_a (不安定性の成長率)でこの状態へと緩和していくと仮定することで、量子運動論的輸送方程式(4)を

$$\left(p^\sigma \frac{\partial}{\partial x^\sigma} - \Gamma_{\sigma\lambda}^j p^\sigma p^\lambda \frac{\partial}{\partial p^j} \right) \rho_\nu = -\frac{1}{\tau_a} (\rho_\nu - \rho_{\nu,a}) + C[\rho_\nu] \quad (5)$$

として書き直すことができる。⁸⁾ この物理現象を緩和過程へと近似する手法はBGK(Bhatnagar-Gross-Krook)モデルとして知られているものである。¹⁸⁾ ここでFFIの成長スケールはELN-XLN角度分布 G_v^{ex} に対して

$$\tau_a \approx 2\pi \left| \left(\int_{G_v^{ex} > 0} dv G_v^{ex} \right) \left(\int_{G_v^{ex} < 0} dv G_v^{ex} \right) \right|^{-1/2} \quad (6)$$

として、クロッシング前後の深さ同士の積を取ることで近似的に与えることができる。クロッシングが消滅して不安定性がなくなることは $\tau_a \rightarrow \infty$ に対応し、これ以上フレー

バー変換が進まなくなることの意味している。あとは各時刻各空間座標でのフレーバー分布に基づいてこの $\rho_{\nu,a}$ と τ_a を更新していくことで、集団振動によるフレーバー進化を実効的に組み込むことができるのである。

実際にこの BGK モデルでの計算が図 1 および図 3 の緑一点鎖線として示されている。ここではハミルトニアンを直接解いた非線形な量子計算を行っていないにもかかわらず、準定常状態までの時間スケールや最終的な ELN–XLN 角度分布の構造などを概ね再現することに成功している。式 (5) ではハミルトニアンを含む振動項を丸々緩和過程へと置き換えているため、密度行列の非対角項が成長することはない。したがって天体シミュレーションで使われてきた古典的な輸送方程式の形式へと、集団振動がもたらす振る舞いをうまく落とし込むことができているのである。

6. おわりに

本記事では、ニュートリノの自己相互作用によって引き起こされる集団振動と、その輸送計算への組み込みに向けた最近の研究動向を紹介した。集団振動はナノ秒程度という極めて短い時間スケールで進行する非線形なフレーバー変換現象であるが、そのフレーバー分布の漸近挙動や準定常状態に着目することで、この量子運動論を直接解くことなく古典的なニュートリノ輸送計算へと実効的に取り入れることが可能になりつつある。

実際に天体シミュレーションへこのモデル化した集団振動の影響を組み込むことで、ニュートリノ輻射場が大きく変化し、爆発天体現象のダイナミクスや元素合成に影響を及ぼすことが示され始めている。^{19–21)} ニュートリノ振動はもはや素粒子物理に留まらず、天体物理現象を定量的に理解する上でも無視できない要素となりつつある。

一方で課題も多く残されている。本記事で紹介した高速フレーバー変換に対するモデル化はその構造から箱型 (box-like) と呼ばれる粗い近似であり、改善の余地が残されている。また他のフレーバー不安定性が卓越する領域や、^{22, 23)} 衝突項およびその高次補正を含めたより厳密な量子運動論的な定式化についてもまだ十分に議論が尽くされていない。^{24, 25)} これらを網羅的に輸送計算へ組み込むためには、様々な反応効果を含めた上での不安定性ごとの漸近挙動の理解をさらに進める必要がある。

さらに、自己相互作用が本質的に巨大な量子多体系を形成する点を踏まえると、平均場近似を超える多体効果の評価も今後の重要な課題である。^{26, 27)} ニュートリノ量子運動論の研究は、反応率計算および量子多体効果を含む場の量子論から、マクロな輻射輸送流体計算に至るまで、分野横断的な取り組みを必要としている。本稿を通して本分野に興味をもち、また新たに参入する人が増えれば幸いである。

本記事の執筆にあたり、有益なコメントをくださった長倉洋樹氏、諏訪雄大氏、加藤ちなみ氏に感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 木内建太, 関口雄一郎, 日本物理学会誌 **67**, 560 (2012).
- 2) 柴田大, 日本物理学会誌 **73**, 623 (2018).
- 3) 滝脇知也, 固武慶, 日本物理学会誌 **70**, 170 (2015).
- 4) 長倉洋樹, 山田章一, 日本物理学会誌 **78**, 13 (2023).
- 5) H. Duan, G. M. Fuller, and Y. Z. Qian, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **60**, 569 (2010).
- 6) L. Johns, S. Richers, and M. R. Wu, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **75**, 425 (2025).
- 7) M. Zaizen and H. Nagakura, Phys. Rev. D **107**, 103022 (2023).
- 8) H. Nagakura, L. Johns, and M. Zaizen, Phys. Rev. D **109**, 083013 (2024).
- 9) G. Sigl and G. Raffelt, Nucl. Phys. **B406**, 423 (1993).
- 10) I. Izaguirre, G. Raffelt, and I. Tamborra, Phys. Rev. Lett. **118**, 021101 (2017).
- 11) D. F. G. Fiorillo and G. G. Raffelt, J. High Energy Phys. **08** (2024) 225.
- 12) R. F. Sawyer, Phys. Rev. Lett. **116**, 081101 (2016).
- 13) H. Duan *et al.*, Phys. Rev. D **74**, 105014 (2006).
- 14) L. Johns, Phys. Rev. Lett. **130**, 191001 (2023).
- 15) M. R. Wu, H. Duan, and Y. Z. Qian, Phys. Lett. B **752**, 89 (2016).
- 16) R. Akaho *et al.*, Phys. Rev. D **109**, 023012 (2024).
- 17) H. Nagakura *et al.*, Phys. Rev. D **112**, 043029 (2025).
- 18) P. L. Bhattacharya, E. P. Gross, and M. Krook, Phys. Rev. **94**, 511 (1954).
- 19) K. A. Lund *et al.*, Astrophys. J. Lett. **985**, L9 (2025).
- 20) Y. Qiu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **135**, 091401 (2025).
- 21) R. Akaho, H. Nagakura, and S. Yamada, Phys. Rev. D **112**, 043015 (2025).
- 22) C. Kato, H. Nagakura, and L. Johns, Phys. Rev. D **109**, 103009 (2024).
- 23) M. Zaizen, Phys. Rev. D **111**, 103029 (2025).
- 24) D. N. Blaschke and V. Cirigliano, Phys. Rev. D **94**, 033009 (2016).
- 25) S. Richers *et al.*, Phys. Rev. D **99**, 123014 (2019).
- 26) A. B. Balantekin *et al.*, Eur. Phys. J. A **59**, 186 (2023).
- 27) Z. Laraib and S. Richers, Phys. Rev. D **112**, L101304 (2025).

(2026 年 7 月 6 日原稿受付)

Quantum Kinetics of Neutrinos in High-Energy Astrophysical Events

Masamichi Zaizen

abstract: In explosive astrophysical events, neutrino transport plays a crucial role in shaping their dynamics and observables. However, most numerical models to date employ classical transport, ignoring quantum kinetics of neutrinos, where their flavors can change due to nonlinear collective oscillations. By modeling the asymptotic flavor eigenstates, it becomes possible to incorporate the effects of the flavor conversion into classical transport frameworks without directly solving the full quantum kinetic equations.